	INSTITUCIÓN EDUCATIVA REPÚBLICA DE HONDURAS Aprobada mediante Resolución No 033 del 21 de abril de 2003		
SECUENCIA DIDÁCTICA No_3_ 2021 Generado por la contingencia del COVID 19			
Título de la secuencia didáctica:	FUNCIONES II		
Elaborado por:	DANIEL URAZAN		
Nombre del Estudiante:			**Grado:10**
Área/Asignatura	MATEMATICAS	**Duración:** 18	

MOMENTOS Y ACTIVIDADES

EXPLORACIÓN

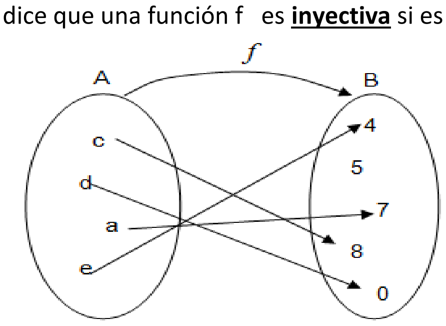
Continuamos con el tema de funciones visto la guía anterior. Por favor repasar los temas de las guías anteriores para poder desarrollar esta sin ninguna dificultad

ESTRUCTURACIÓN

CLASIFICACION DE FUNCIONES

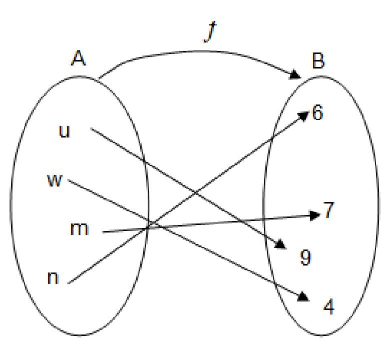
Las funciones pueden ser:

Función Inyectiva
Se dice que una función f es **<u>inyectiva</u>** si es tal que, a pre imágenes distintas, asigna imágenes distintas.



f es inyectiva, a cada preimagen le corresponde una imagen distinta.

Función sobreyectiva
Se dice que una función f es **<u>sobreyectiva</u>** si en todos los elementos del codominio son imagen de al menos una pre imagen.

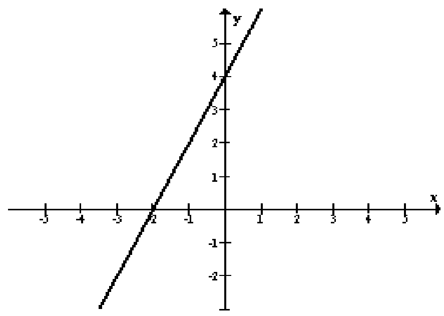


f es sobreyectiva, a cada preimagen le corresponde al menos una imagen. NO sobran elementos en el codominio.

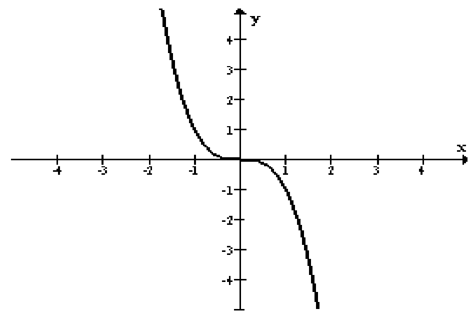
FUNCION CRECIENTE, DECRECIENTE Y CONSTANTE

- Una *función* es *creciente en un intervalo* $[a,b]$ si al tomar dos puntos cualesquiera del mismo, x_1 y x_2, con la condición $x_1 < x_2$, se verifica que $f(x_1) < f(x_2)$.
- Una *función* es *decreciente en un intervalo* $[a,b]$ si para cualesquiera puntos del intervalo, x_1 y x_2, que cumplan $x_1 < x_2$, entonces $f(x_1) > f(x_2)$.
- f es **constante** en el intervalo I si f(b) = f(a) para todo a y b en I

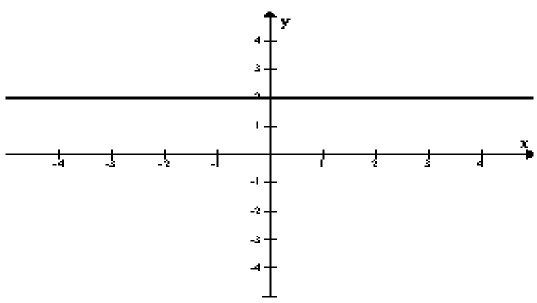
EJEMPLOS:



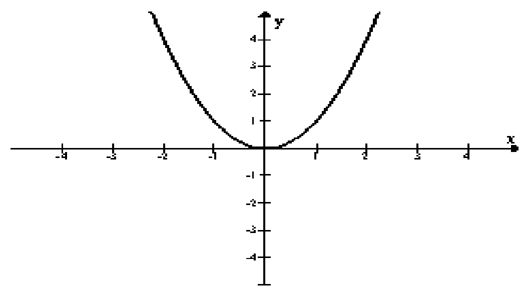
La función $f(x) = 2x + 4$ es una función **creciente** en los números reales.



La función $g(x) = -x^3$ es una función **decreciente** en los números reales.



La función $h(x) = 2$ es una función **constante** en los números reales.



La función $f(x) = x^2$ es una función **decreciente** en el intervalo (-∞, 0] y **creciente** en el intervalo de [0, ∞).

FUNCIONES SIMÉTRICAS

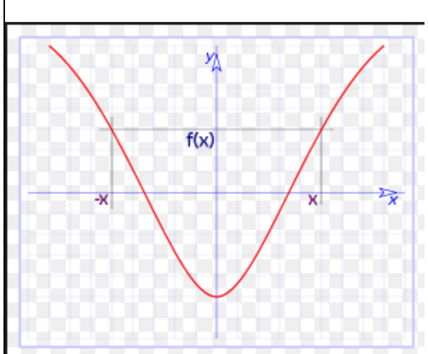
Funciones pares

Una función f(x) es par cuando cumple **f(x) = f(-x)**.

Es decir, las imágenes de valores opuestos coinciden.

F(2) = f(-2), f(3) = f(-3), f(1/3) = f(-1/3),..

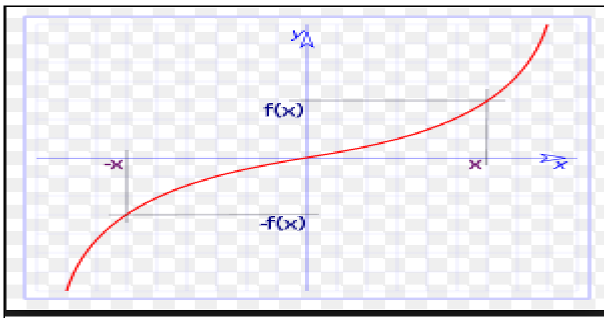
Por coincidir las imágenes de valores opuestos, la gráfica de una función par es simétrica respecto del eje Y.



Funciones impares

Una función f(x) es impar si cumple **f(-x) = - f(x)**. A valores opuestos de x corresponden imágenes opuestas. (La imagen de 2 es la opuesta de la imagen de -2; la imagen de -1 es la opuesta de la imagen de 1...).

Por corresponder a valores opuestos de x, imágenes opuestas, la gráfica de una función impar es simétrica respecto al origen de coordenadas.

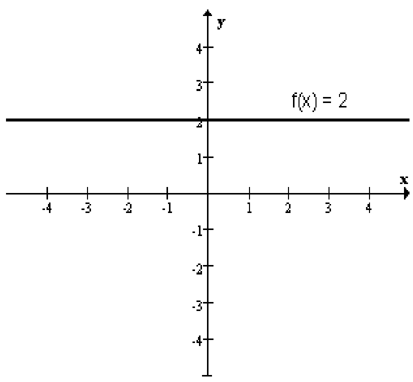


CLASES DE FUNCIONES

A continuación conoceremos de manera general algunas clases de funciones que serán estudiadas durante el curso.

Función constante

Una **función constante** es una función de la forma **f(x) = b**. Su gráfica es una recta horizontal, su dominio el conjunto de los números reales y el recorrido o rango el conjunto {b}.ejemplo:

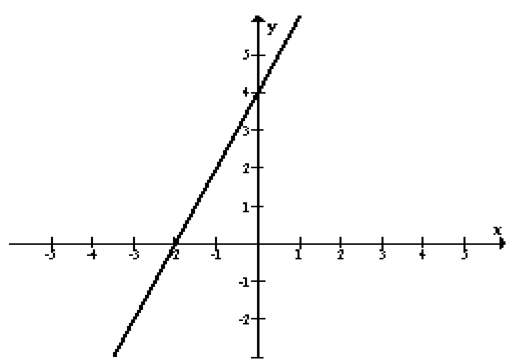


Función lineal

Una **función lineal** es una función de la forma **f(x) = mx + b**, donde m es diferente de cero, m *y* b son números reales. La restricción m diferente de cero implica que la gráfica no es una recta horizontal. Tampoco su gráfica es una recta vertical. El dominio y el recorrido (rango) de una función lineal es el conjunto de los números reales.

Recuerda que si la pendiente (m) es positiva la gráfica es creciente en los números reales y si la pendiente es negativa la gráfica es decreciente en los números reales. El intercepto en y es (0, b).ejemplo:

En la función f(x) = 2x + 4, la pendiente es 2, por tanto la gráfica es creciente en los números reales. El dominio y el recorrido es el conjunto de los números reales. El intercepto en y es (0,4).

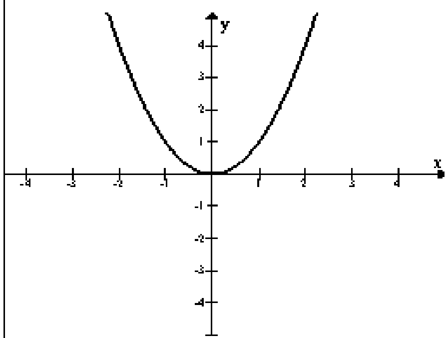


Función cuadrática

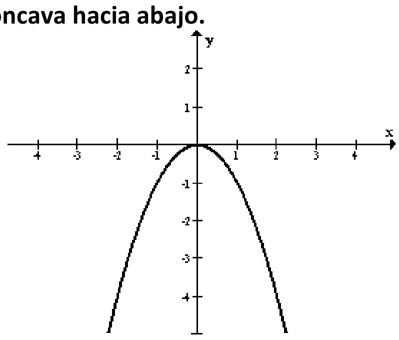
Una función cuadrática es una función de la forma f(x) =ax^2 + bx + c, con a diferente de cero, donde a, b y c son números reales. La gráfica de una función cuadrática es una parábola. Si a>0 entonces la parábola abre hacia arriba y si a<0 entonces la parábola abre hacia abajo. El dominio de una función cuadrática es el conjunto de los números reales. El vértice de la parábola se determina por la fórmula:

$$\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right).$$

Si f(x) = x^2 es una función cuadrática cuya gráfica es una parábola que abre hacia arriba, pues a>0. El vértice es (0,0). El dominio es el conjunto de los números reales y el recorrido es cero y los reales positivos. La gráfica de una función es **cóncava hacia arriba**.



f(x) = $-x^2$ es una función cuadrática cuya gráfica es una parábola que abre hacia abajo, pues a<0. El vértice es (0,0). El dominio es el conjunto de los números reales y el recorrido es el conjunto de los números reales negativos y el cero. La gráfica de una función es **cóncava hacia abajo.**

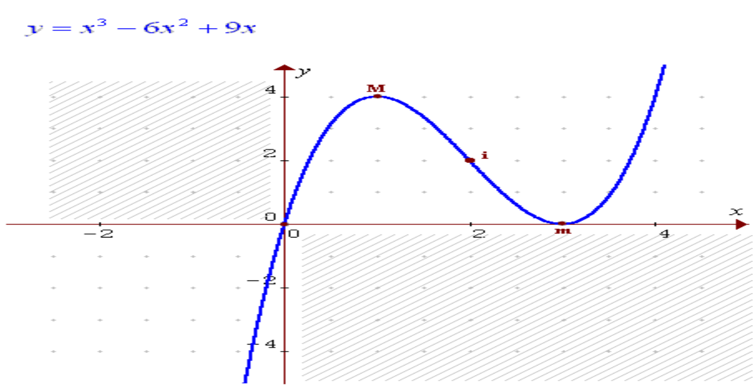


Para hallar los interceptos con los ejes coordenados debemos hacer f(x)= 0 y despejar los valores para los cuales se cumple esta condición

FUNCIÓN POLINOMICA

Una función Polinómica es de la forma f(x) = anxn+an-1xn-1+…+a donde an,an-1,…,a son constantes reales y n es numero entero no negativo que indica el grado de p(x), siempre que an≠0.

Ejemplo:

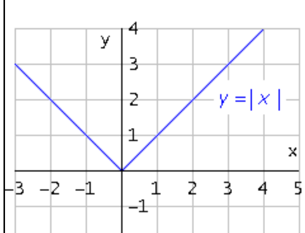


	x	y
	-2.75	-90.9219
	-2.5	-75.625
	-2.25	-62.0156
	-2.0	-50.0
	-1.75	-39.4844
	-1.5	-30.375
	-1.25	-22.5781
	-1.0	-16.0
	-0.75	-10.5469
	-0.5	-6.125
	-0.25	-2.6406
>>	0	0
	0.25	1.8906
	0.5	3.125
	0.75	3.7969
M	1.0	4.0
	1.25	3.8281
	1.5	3.375
	1.75	2.7344
i	2.0	2.0
	2.25	1.2656
	2.5	0.625
	2.75	0.1719
m	3.0	0
	3.25	0.2031
	3.5	0.875
	3.75	2.1094
	4.0	4.0
	4.25	6.6406
	4.5	10.125
	4.75	14.5469

FUNCIONES ESPECIALES
FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO

Es de la forma f(x) = IxI, cuyo dominio son los reales y el rango son los reales mayores o iguales a cero. La grafica que se obtiene es una curva en forma de v.

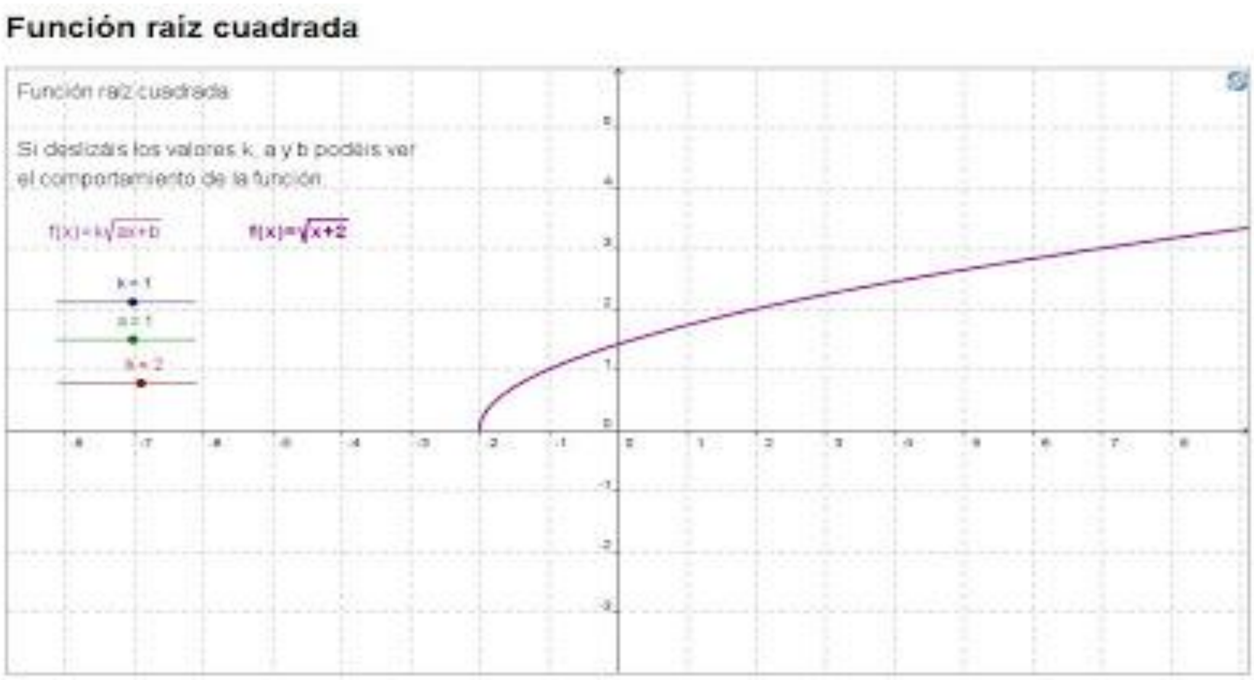
EJEMPLO:



FUNCIÒN RAIZ CUADRADA

Es una función que asigna a un argumento su raíz cuadrada positiva. Es de la forma f(x) = √x , donde el dominio de la función son los valores de x que hacen que el radicando sea positivo y el rango son los reales mayores o iguales a cero. La grafica que se obtiene es una curva ascendente que está por encima del eje x

Ejemplo:

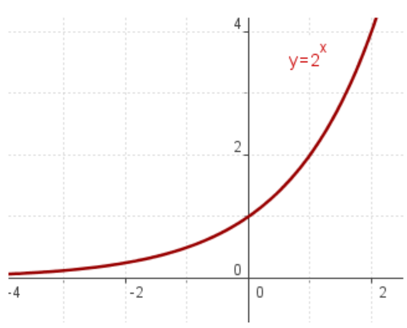


FUNCIONES TRASCENDENTALES

FUNCIÓN EXPONENCIAL

Es una función de la forma f(x) = ax, donde a>o y a≠1 .cuyo dominio son los números reales y el rango son los reales mayores que cero. La grafica que se obtiene es una curva ascendente si a>1 y descendente si o<a<1.

Ejemplos:



EJEMPLO 2 Grafique $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ determine el dominio y el rango de la función.

Solución Esta función es de la forma $y = a^x$, donde $a = \frac{1}{2}$. Construimos una tabla de valores para trazar la curva (**figura 9.17**).

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	16	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

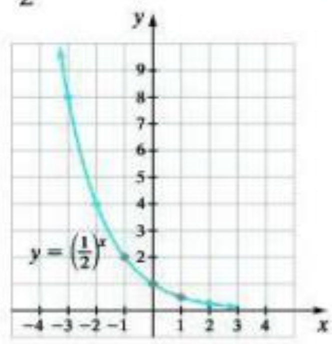


FIGURA 9.17

El dominio es el conjunto de los números reales, $\mathbb{R}$. El rango es $\{y|y > 0\}$.

EJEMPLO 4 **Valor de un jeep** Ronald Yates pagó \$22,000 por un jeep nuevo. Suponga que el valor del jeep se deprecia a una tasa de 20% al año. Por lo tanto, dentro de un año, el valor del jeep será 80% de su valor actual. Es decir, dentro de un año su valor será \$22,000(0.80); dentro de dos años, su valor será $\$22,000(0.80)(0.80) = \$22,000(0.80)^2$, y así sucesivamente. Por consiguiente, la fórmula para determinar el valor del jeep en un momento dado es

$$v(t) = 22{,}000(0.80)^t$$

donde t es el tiempo en años. Determine el valor del jeep **a)** dentro de un año, y **b)** dentro de 5 años.

Solución

a) Para determinar el valor que tendrá el jeep dentro de un año, sustituya t por 1.

$$\begin{aligned} v(t) &= 22{,}000(0.80)^t \\ v(1) &= 22{,}000(0.80)^1 && \text{Sustituir } t \text{ por 1.} \\ &= 17{,}600 \end{aligned}$$

Dentro de un año, el valor del jeep será de \$17,600.

b) Para determinar el valor que tendrá el jeep dentro de 5 años, sustituya t por 5.

$$\begin{aligned} v(t) &= 22{,}000(0.80)^t \\ v(5) &= 22{,}000(0.80)^5 && \text{Sustituir } t \text{ por 5.} \\ &= 22{,}000(0.32768) \\ &= 7208.96 \end{aligned}$$

Dentro de cinco años, el valor del jeep será de \$7208.96.

EJEMPLO 5 **Interés compuesto** En los primeros capítulos se mencionó la *fórmula del interés compuesto*, $A = p\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$. Cuando el interés se capitaliza o compone de forma periódica (cada año, cada mes, cada trimestre), esta fórmula puede usarse para determinar el monto o saldo, A.

En la fórmula, r es la tasa de interés, p es el capital, n es el número de periodos de capitalización por año y t es el número de años. Suponga que se invierten \$10,000 a 5% de interés, en una cuenta que se capitaliza trimestralmente durante 6 años. Determine el saldo en la cuenta al cabo de 6 años.

Solución **Entienda el problema** Se nos ha dicho que el capital inicial, p, es de \$10,000; también que la tasa de interés, r, es 5%. Y como el interés se capitaliza cada trimestre, el número de periodos de capitalización por año, n, es 4. El dinero se invierte durante 6 años, por lo tanto, t es 6.

Traduzca Ahora sustituimos estos valores en la fórmula.

$$\begin{aligned} A &= p\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt} \\ &= 10{,}000\left(1 + \frac{0.05}{4}\right)^{4(6)} \end{aligned}$$

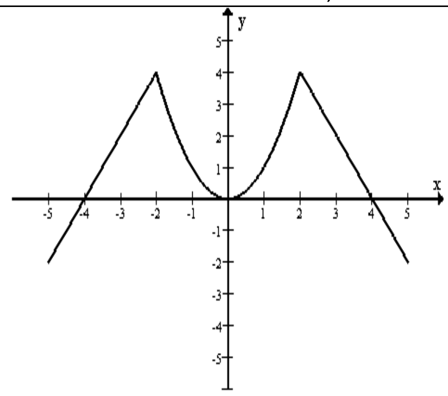
Realice los cálculos

$$\begin{aligned} &= 10{,}000(1 + 0.0125)^{24} \\ &= 10{,}000(1.0125)^{24} \\ &\approx 10{,}000(1.347351) && \text{Obtenido con una calculadora.} \\ &\approx 13{,}473.51 \end{aligned}$$

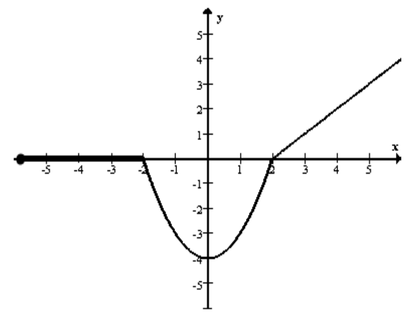
Responda Después de 6 años, los \$10,000 originales habrán crecido a casi \$13,473.51.

TRANSFERENCIA

1. Observa las siguientes gráficas y halla para cada una de ellas:
   a. dominio
   b. rango
   c. intervalos donde es creciente, decreciente, o constante



a)



b)

2. Determina si las siguientes funciones son pares impares o ninguna de las dos

   a. $f(x) = x^6 + x^3 - x+1$
   b. $f(x) = x^6 + x^4 - x^2$
   c. $f(x) = x^5 + x^3 - x$

3. Halla la pendiente, el intercepto en y, el intercepto en x, dominio y recorrido de $f(x) = -3x + 6$. Luego dibuja la gráfica. Escribe la ecuación de perpendicular a la función anterior, dibújala.

4. Dadas las siguientes funciones: (en la carpeta)

- $y = -6 + 3x$
- $y = 3 - 1/2x$
- $y = 9x - 2/3$

   a) Graficar.
   b) Determinar si crece o decrece.
   c) Intersección con los ejes.

Grafique cada función exponencial.

7. $y = 2^x$ **8.** $y = 3^x$ **9.** $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ **10.** $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

Resolver los ejercicios propuesto en la tabla:

Bacterias en una placa de Petri Se colocan cinco bacterias en una placa de Petri. La población se triplica diariamente. La fórmula para calcular el número de bacterias que hay en la placa el día t es $$N(t) = 5(3)^t$$ donde t es el número de días, contados a partir de que se colocaron las bacterias en la placa. ¿Cuántas bacterias habrá en la caja 2 días después que se colocaron las cinco bacterias en la placa?	**Valor de un automóvil deportivo** El costo de un automóvil deportivo nuevo es de \$24,000. Si se deprecia a una tasa de 18% anual, su valor dentro de t años puede calcularse mediante la fórmula $$V(t) = 24{,}000(0.82)^t$$ Determine el valor que tendrá el automóvil deportivo dentro de 4 años.

EJEMPLO 6 ▸ **Fechado con carbono 14** Los científicos utilizan el carbono 14 para calcular la edad de fósiles y cualesquiera otros objetos. La fórmula que se emplea es $$A = A_0 \cdot 2^{-t/5600}$$ donde A_0 representa la cantidad de carbono 14 cuando el fósil se formó, y A representa la cantidad de carbono 14 que contiene después de t años. Si al momento de la formación del fósil había 500 gramos de carbono 14, ¿cuántos gramos contendrá 2000 años después?
Sustancia radiactiva La cantidad de sustancia radiactiva presente, en gramos, en el instante t, en años, está dada por la fórmula $y = 80(2)^{-0.4t}$. Determine el número de gramos presentes después de **a)** 10 años, **b)** 100 años.

AUTOEVALUACIÓN

1. ¿Qué aprendizajes construiste?
2. Lo qué aprendiste, ¿te sirve para la vida? ¿Si/no; por qué?
3. ¿Qué dificultades tuviste? ¿Por qué?
4. ¿Cómo resolviste las dificultades?
5. Si no las resolviste ¿Por qué no lo hiciste?
6. ¿Cómo te sentiste en el desarrollo de las actividades? ¿Por qué?

RECURSOS	COLOMBIAPRENDE CLASSROOM VIDEOS DE YOUTUBE Santillana grado 10 correo electrónico : daniel.urazan@ierepublicadehonduras.edu.co código classroom: mctsdtp WHATSAPP 3158963635
FECHA Y HORA DE DEVOLUCIÓN	De acuerdo a la programación institucional.